Вестник Сыктывкарского университета.
Сер.1. Вып.15.2012

УДК 539.376

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ЭКСТРУЗИИ[1]

Н. А. Беляева, Е. А. Прянишникова

Представлен обзор математических моделей экструзии пористого вязкоупругого композитного сжимаемого материала из цилиндрической камеры в направляющий калибр под действием плунжера пресса. Приведены результаты численного эксперимента по изучению влияния ультразвуковой волны на экструдируемый материал.

Ключевые слова: экструзия, композитный материал, реодинамика, структурообразование, теплообмен.

1. Введение

Одним из направлений научных исследований кафедры математического моделирования и кибернетики Сыктывкарского университета является математическое моделирование процессов деформирования вязкоупругих структурированных систем. В рамках этого направления разработан ряд математических моделей [1] процессов уплотнения и экструдирования пористого композитного материала из цилиндрической камеры в направляющий калибр под действием плунжера пресса. Программные модули расчетов параметров течения, выполненные в среде Code Gear Studio, объединены в единый вычислительный комплекс “Твердофазная экструзия” [2] , используемый в научно-образовательном процессе студентов и аспирантов кафедры.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 годы, ГК № 02.740.11.0618

2. Программный комплекс

Указанные выше математические модели экструзии вязкоупругого структурированного сжимаемого композитного материала выполнены в лагранжевых (массовых) координатах, в предположении одномерности течения. В качестве граничных условий на плунжере принимается условие заданного усилия [3] или заданной скорости [4]— [6]. В процессе течения материала в камере и калибре опредяются плотность материала, скорость движения, вязкость, степень структурных изменений, напряжение в камере, длина выдавленного в калибр стержня. В неизотермической модели [7], [8] дополнительно к указанным параметрам на основе начальных и граничных температурных условий определяется динамика температурного поля и учитывается её влияние на характреристики процесса. При условии заданного усилия на плунжере пресса сравнением характерных времен выдавливания, уплотнения и структуризации определены характерные режимы экструзии, определяющие свойства формуемого длинномерного изделия [9], [10].

Составной частью каждой математической модели является алгоритм численного анализа и соответствующая вычислительная программа. Разработанные программы твердофазной и горячей моделей экструзии являются основой вычислительного комплекса “Твердофазная экструзия” – рис. 1.

Работа с комплексом начинается с ввода начальных данных экструдируемого материала и технологических параметров процесса: начальное распределение плотности, степени структуризации, начальная температура, усилие на плунжере или скорость перемещения плунжера, вязкость несжимаемой основы, параметры, характеризующие геометрию экструдера. Выбор соответствующей программы позволяет определить режим экструдирования и получить в графическом или численном виде результаты проведенного численного эксперимента — динамику изменения плотности, вязкости, степени структурирования материала, скорости течения, напряжения,температуры как в камере, так и в формующем калибре, время выдавливания. Полученные данные позволяют определить свойства выдавленного стержня: распределение плотности, степени структурированности, длину сформированного изделия.

На рис. 1 обозначены программы, входящие в настоящее время в состав комплекса:

— *Экструзия с заданным усилием на плунжере* [11]: на плунжере пресса задано давление. В условиях соответствующей построенной модели напряжение в камере совпадает с напряжением на плунжере. Характер течения и свойства формируемого изделия сильно зависят от начальных условий, выбора технологических параметров задачи.

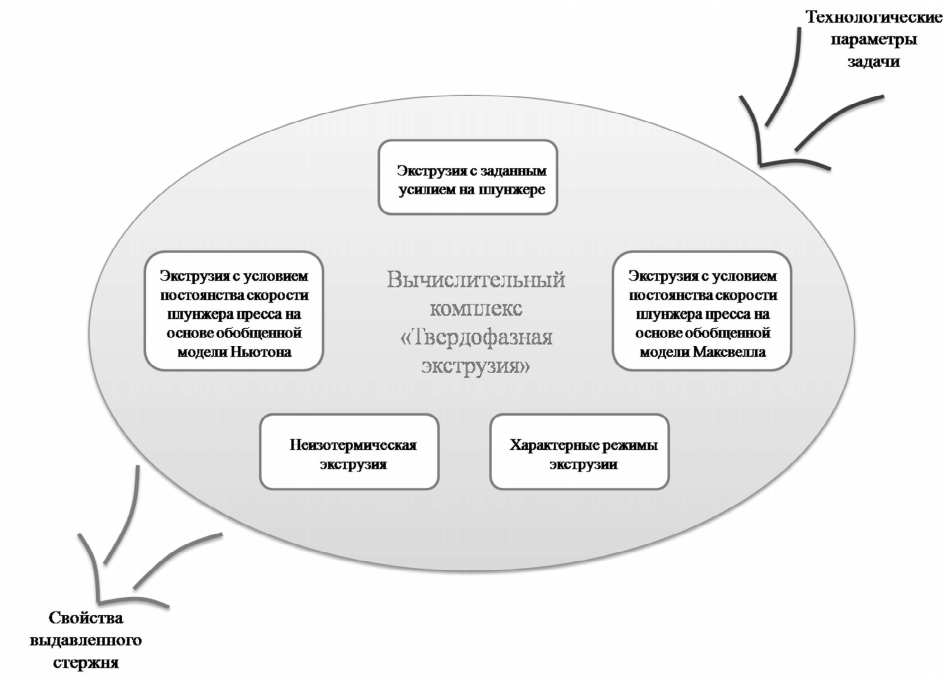


Рис. 1: *Вычислительный комплекс "Твердофазная экструзия"*

— *Экструзия с условием постоянства скорости плунжера пресса на основе обобщенной модели Максвелла* [6, 12]: задана скорость перемещения плунжера. Реализация данной программы позволяет наблюдать как устойчивые, так и неустойчивые режимы экструдирования, выраженные в колебаниях вязкости и напряжения в камере. Дополнительный численный анализ, заключающийся в использовании уравнения движения (вместо уравнения равновесия в предыдущей программе) позволяет на основе сравнения результатов подтвердить правомерность замены уравнения движения на уравнение равновесия.

— *Экструзия с условием постоянства скорости плунжера пресса на основе обобщенной модели Ньютона* [5]: в отличие от предыдущей программы дифференциальное уравнение состояния описывается на основе обобщенной модели Ньютона.

— *Неизотермическая экструзия* [13]. Программный пакет представляет численную реализацию модели горячей экструзии. Динамика температурного поля определяется при условии теплообмена с окружающей средой через боковые поверхности экструдера, плунжер, свободную поверхность выдавленного в калибр стержня. Температурный фактор оказывает существенное влияние на все остальные параметры течения (вязкость, плотность, степень структурированности движущейся среды). Указанное влияние можно оценить по графическому представлению динамики изменения основных характеристик течения.

— *Характерные режимы экструзии* [14]. В областях реализации характерных режимов экструзии – квазистационарный, стационарный, переходный, „пробковый“ – определяется динамика течения и, следовательно, свойства формуемого длинномерного изделия. Программа реализована в безразмерных координатах, что позволяет проводить широкий численный эксперимент.

3. Влияние ультразвуковой волны

В рамках договора между Институтом структурной макрокинетики и проблем материаловедения РАН (г. Черноголовка) и математическим факультетом (Институт точных наук и информационных технологий) Сыктывкарского государственного университета реализована программа численного анализа [15] влияния звуковой волны на процесс экструзии (изотермической и неизотермической)композитного материала. Указанная программа является составной частью выше представленного вычислительного комплекса.

За основу данного исследования выбраны изотермическая модель экструзии [6] на основе обобщенной модели Максвелла и неизотермическая модель экструзии [8] на основе обобщенной модели Ньютона: изменения связаны с введением волнового коэффициента k_y в выражение для вязкости:
$\mu(q,t) = \mu(a(q,t), T(q,t), \rho(q,t))k_y$,
где μ — сдвиговая вязкость композита, a – степень структуризации, ρ — относительная плотность, $T = T(q,t)$ — температура материала. Таким образом, постановка задачи для случая изотермической модели в лагранжевых координатах (q,t), где массовая координата q – относительная масса материала, находящегося между переменным сечением z и свободной поверхностью выдавленного стержня, t — время, примет

вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho^2 \frac{\partial V}{\partial q} = 0, \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial \sigma_{qq}}{\partial t} = 0, \tag{3.2}$$

$$\dot{\sigma}_{qq} + \frac{G}{\mu}\sigma_{qq} = G\frac{\partial V}{\partial q}\rho, \tag{3.3}$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} + V\rho\frac{\partial a}{\partial q} = D\rho^2\frac{\partial^2 a}{\partial q^2} + k_2[1 - a - a\chi exp(p\sigma)], \tag{3.4}$$

начальные и граничные условия:

$$\rho\Big|_{t=0} = \rho_0(q), \tag{3.5}$$

$$V\Big|_{t=0} = 0, \tag{3.6}$$

$$V(0_+, t) = -\frac{S_2}{S_1}\frac{k_1|\sigma(t)|^m}{\rho_1\rho(0,t)}, V(0_-, t) = -\frac{k_1|\sigma(t)|^m}{\rho_1\rho(0,t)}, \tag{3.7}$$

$$a\ |_{t=0} = a_0, \tag{3.8}$$

$$\frac{\partial a}{\partial q}\Big|_{q=q_0} = \frac{\partial a}{\partial q}\Big|_{q=q^*} = 0, \tag{3.9}$$

здесь (3.1) — уравнение неразрывности, $V = V(q,t)$ — скорость течения материала, $\rho = \rho(q,t)$ — относительная плотность, $\rho_0(q)$ — начальное линейное распределение плотности, соотношение (3.2) — уравнение равновесия, σ — напряжение, (3.3) — обобщенная модель Максвелла, описывающая вязкоупругое поведение среды, здесь $\mu = \mu_0 \exp\left(-k_a\left(1-a\right)\right) k_y$ — структурная вязкость материала, $G = \mu/t_r$ — модуль сдвига, σ_{qq} — осевая компонента тензора напряжений. Соотношения (3.7) — следствие закона гидравлического сопротивления отверстия, ρ_1 — плотность несжимаемой основы материала, S_1, S_2, k_1, k_a, m — технологические параметры процесса, (3.4) — диффузионно-кинетическое уравнение относительно степени структуризации a, D — коэфициент диффузии, k_2 — константа скорости воссановления структруры, χ — отношение констант скоростей разрушения и образования структуры, p — константа, характеризующая снижение эффективной энергии активации разрушения структуры под влиянием сжимающего напряжения, a_0 — начальное распределение степени структуризации, q_0 — элементарная масса, находящаяся на плунжере, q^* — элементарная масса, находящаяся на отверстии в момент времени t.

В случае использования неизотермической модели в системе (3.1) — (3.9) вместо равенства (3.3) используются соответствующие модели

Ньютона соотношения:

$$\sigma_{qq} = \left(\frac{4}{3}\mu + \xi\right)\rho\frac{\partial V}{\partial q}, \sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \left(-\frac{2}{3}\mu + \xi\right)\rho\frac{\partial V}{\partial q}, \tag{3.10}$$

где (3.10) — дифференциальное уравнение состояния на основе обобщенной модели Ньютона, $\mu = \mu_0 \exp\left(-\beta\left(T - T^*\right) - k_a\left(1 - a\right)\right)\rho^{1/2} k_y$, $\xi = \mu/(1-\rho)$ — структурная и объемная вязкости, соответственно. Заметим, что здесь, в отличие от модели Максвелла, тензор напряжений имеет три ненулевые копмоненты: σ_{qq}, σ_{rr}, $\sigma_{\varphi\varphi}$ — осевая, радиальная и окружная, соответственно. К полученной системе уравнений изотермической экструзии добавится уравнение переноса тепла с соответствующими начальными и граничными условиями:

$$\frac{\partial T^1}{\partial t} + V\rho\frac{\partial T^1}{\partial q} = \frac{1}{c\rho_1}\frac{\partial}{\partial q}\Big(\rho\lambda(\rho)\frac{\partial T^1}{\partial q}\Big) - \frac{2\alpha}{c\rho_1\rho\, r_1}(T^1 - T_0), \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial T^2}{\partial t} + V\rho\frac{\partial T^2}{\partial q} = \frac{1}{c\rho_1}\rho\lambda(\rho)\frac{\partial^2 T^2}{\partial^2 q} - \frac{2\alpha}{c\rho_1\rho\, r_2}(T^2 - T_0), \tag{3.12}$$

$$T^1\Big|_{t=0} = T^*, \tag{3.13}$$

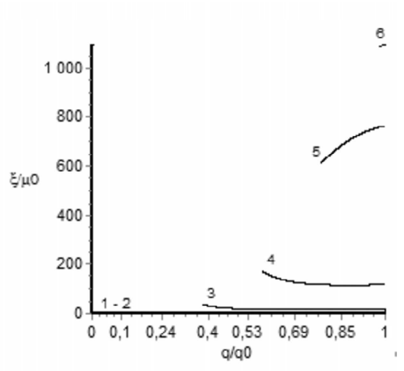
$$T^1\Big|_{q=q^*} = T^2\Big|_{q=q^*}, -\rho\lambda(\rho)\frac{\partial T^2}{\partial q}\Big|_{q=q^*} = \frac{S_2}{S_1}\rho\lambda(\rho)\frac{\partial T^1}{\partial q}\Big|_{q=q^*}, \tag{3.14}$$

$$\rho\lambda(\rho)\frac{\partial T^1}{\partial q}\Big|_{q=q_0} = -h_1(T^1 - T_0)\Big|_{q=q_0}, \rho\lambda(\rho)\frac{\partial T^2}{\partial q}\Big|_{q=0} = -h_2(T^2 - T_0)\Big|_{q=0}. \tag{3.15}$$

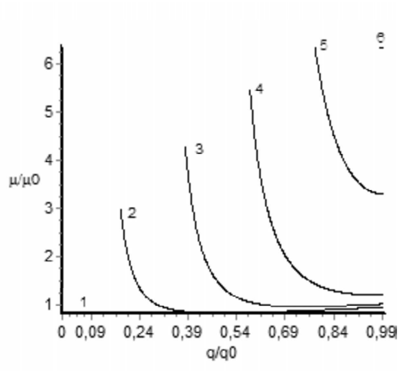
$T = T(q,t)$ — температура (T^1 — в камере, T^2 — в калибре), T^*, T_0 — начальная температура вещества и температура окружающей среды, соответственно, c — теплоемкость материала, $\lambda = \lambda(\rho)$ — коэффициент теплопроводности вещества, α — коэффициент теплообмена через боковые стенки. Равенства (3.15) задают конвективного теплообмена с окружающей средой. (3.14) — непрерывность температурного поля (первое соотношение) и равенство тепловых потоков в камере и кабире на отверстии.

В ходе численного эксперимента варьировалось значение коэфициента k_y. Ниже представлены некоторые результаты проведенного исследования.

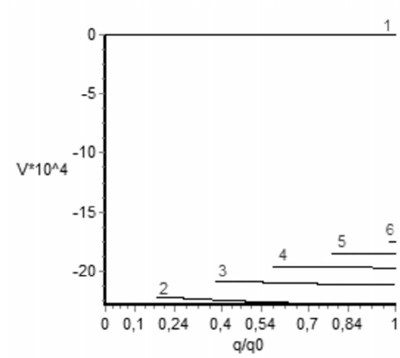
С уменьшением коэфициента k_y уменьшается вязкость материала (рис. 2), при этом теплообмен с окружающей средой происходит интенсивнее; быстрое остывание образца влечет за собой увеличение плотности выдавливаемого стержня (рис. 3). При k_y=0,2 (рис. 3 а)) массы, прилежащие к плунжеру, выдавливаются полностью уплотненными. При



а) k_y=0,2; t(c): 1(0), 2(6,00), 3(11,53), 4(17,72), 5(24,14), 6(30,6)



б) k_y=1; t(c): 1(0), 2(6,25), 3(11,51), 4(17,14), 5(23,01), 6(28,99)

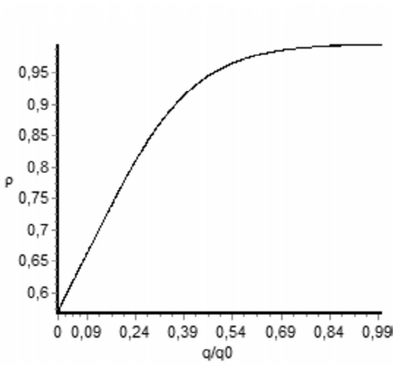


в) k_y=10; t(c): 1(0), 2(5,16), 3(8,88), 4(12,84), 5(17,01), 6(21,5)

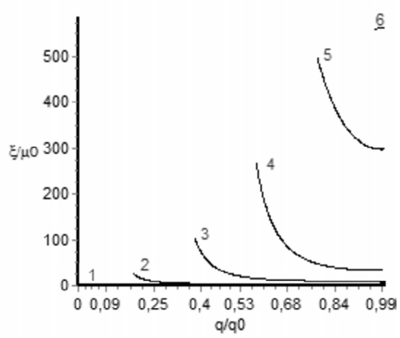
Рис. 2: *Массово-временное распределение структурной вязкости $\mu = \mu(q, t)$ в камере (неизотермическая модель экструзии)*

больших значениях k_y градиент плотности возрастает по длине выдавленного стержня. Более плотный образец выдавливается медленее: при k_y=0,2 время выдавливания составляет 31,24 с, при k_y=1 — 29,7 с, при k_y=10 — 22 с.

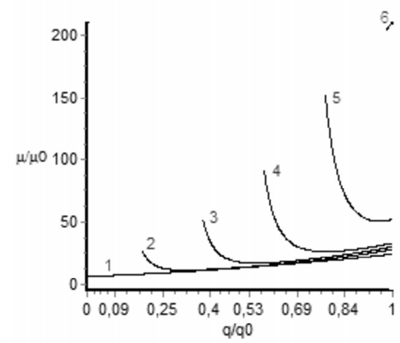
Аналогично в изотермической модели (рис. 4): при k_y=0,2 время выдавливания составляет 2509,51 с, при k_y=1 — 1595,15 с, при k_y=5 — 1153,58 с.



а) k_y=0,2; t(с): 1(0), 2(6,00), 3(11,53), 4(17,72), 5(24,14), 6(30,6)



б) k_y=1; t(с): 1(0), 2(6,25), 3(11,51), 4(17,14), 5(23,01), 6(28,99)

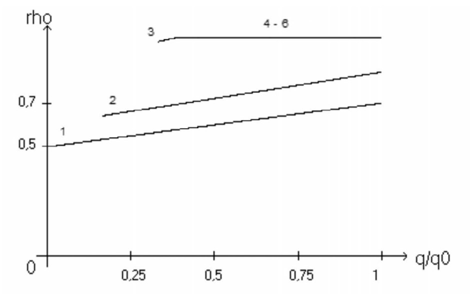


в) k_y=10; t(с): 1(0), 2(5,16), 3(8,88), 4(12,84), 5(17,01), 6(21,5)

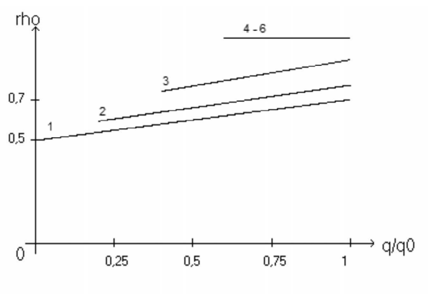
Рис. 3: *Массово-временное распределение плотности $\rho = \rho(q,t)$ в камере (неизотермическая модель экструзии)*

При $k_y > 1$ экструдируемый композит практически не уплотняется (рис. 3 в), 4 в)) — материал выдавливается с плотностью, близкой по значению к начальной, поэтому образец экструдируется достаточно быстро.При очень больших значениях k_y вязкость сильно увеличивается, именно этот факт способствует замедлению теплообмена с окружающей средой и приводит к замедлению уплотнения материала.

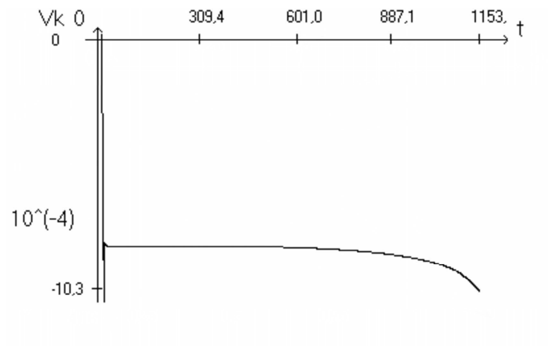
Таким образом влияние звуковой волны в процессе экструзии материала приводит к качественному изменению физических свойств формируемого изделия.



а) k_y=0,2; t(c): 1(0), 2(410,92), 3(864,81), 4(1367,87), 5(1824,67), 6(2220,36)



б) k_y=1; t(c): 1(0), 2(328,29), 3(653,69), 4(1000,04), 5(1332,10), 6(1594,19)



в) k_y=5; t(c): 2(249,79), 3(483,54), 4(715,41), 5(941,79), 6(1152,62)

Рис. 4: *Массово-временное распределение плотности $\rho = \rho(q,t)$ в камере (изотермическая модель экструзии)*

4. Двумерная модель

Продолжением развития математических моделей процесса экструзии сжимаемого композитного материала является представленная ниже двумерная модель, в которой делается попытка учета трения о боковые стенки экструдера и переходной зоны между камерой в калибром – формующей матрицы (рис. 5). При таком подходе движение экструдируемого материала рассматривается в трех областях — камера (I), формирующая матрица (II) и калибр (III), куда происходит выдавливание длинномерного изделия.

Процесс течения, структурирования с учетом температурного фактора описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \overrightarrow{V}) = 0, \tag{4.16}$$

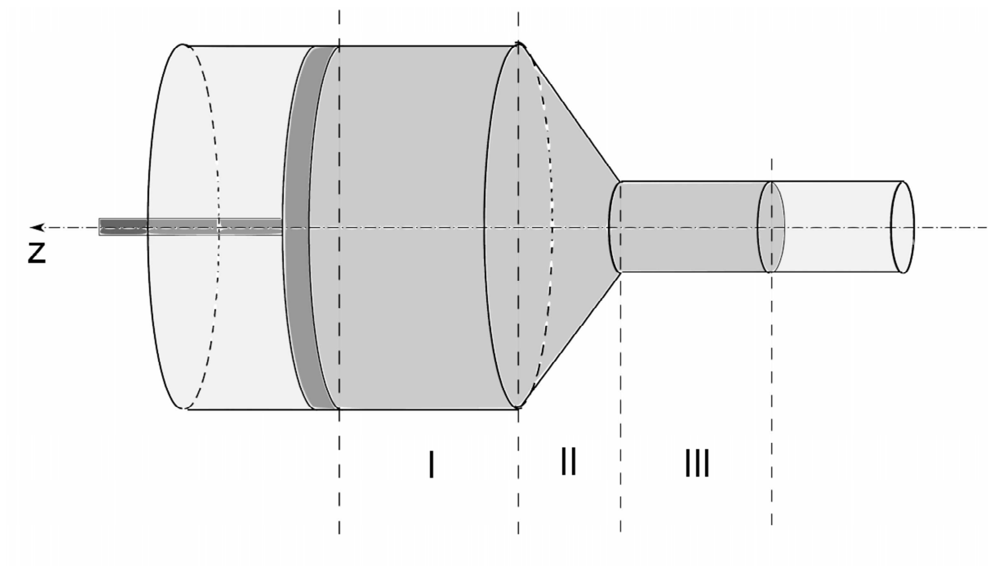


Рис. 5: *Модель экструдера*

$$\rho\left(\overrightarrow{F}-\frac{d\overrightarrow{V}}{dt}\right)+div(\Pi)=0, \tag{4.17}$$

$$\frac{1}{G}\frac{d\Pi}{dt}=\Gamma+\frac{1}{\mu}\Pi, \tag{4.18}$$

$$\rho c\left(\frac{\partial T}{\partial t}+\overrightarrow{V}\nabla T\right)=div(\lambda\nabla T)+\sigma_{ik}, \tag{4.19}$$

$$\frac{\partial a}{\partial t}+\overrightarrow{V}\cdot grad\,a=D\triangle a+\varphi(a,\gamma). \tag{4.20}$$

Соотношения (4.16), (4.17) — уравнения неразрывности и движения, соответственно, (4.18) — дифференциальное уравнение состояния (обобщенная модель Максвелла), здесь Γ — тензор скоростей деформации, μ — вязкость экструдируемой среды, $\Pi=\{\sigma_{ij},i,j=\{r,\varphi,z\}\}$. Соотношение(4.19) – уравнение переноса тепла, (4.20) – диффузионно-кинетическое уравнение относительно степени структурирования материала.

На плунжере, свободном конце выдавленного в калибр стержня и на стенках камеры задаются начальные и граничные условия.

Предполагается, что заготовка осесимметрична, т.е. функции, описывающие поведения материала, не заисят от угла поворота φ: $\rho = \rho(r,z,t)$, $\overrightarrow{V} = (V_r(r,z,t),\ V_\varphi(r,z,t), V_z(r,z,t))$, $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(r,z,t)$, $T = T(r,z,t)$, $a = a(r,z,t)$.

Тангенциальные напряжения, в силу осесимметричности задачи, $\tau_{r\varphi}$ и $\tau_{\varphi z}$ положим равными нулю, тогда угловая компонента скорости $V_\varphi = 0$. Пусть сила трения материала о стенки камеры имеет одну ненулевую компонентуу F_z: $\overrightarrow{F} = (0,0,F_z)$.

В рамках принятых допущений, система (4.16) — (4.20) в проекциях на оси координат запишется в виде:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{1}{r}\rho V_r + \frac{\partial\rho}{\partial r}V_r + \rho\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial\rho}{\partial z}V_z + \rho\frac{\partial V_z}{\partial z} = 0, \tag{4.21}$$

$$\rho\left(\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z\frac{\partial V_r}{\partial z}\right) = \frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}-\sigma_{zz}}{r} + \frac{\partial\tau_{rz}}{\partial z}, \tag{4.22}$$

$$\rho\left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right) = \frac{\partial\tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r}, \tag{4.23}$$

$$\frac{1}{G}\Big(\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial t} + V_r\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + V_z\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial z}\Big) = \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{1}{\mu}\sigma_{rr}, \tag{4.24}$$

$$\frac{1}{G}\Big(\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial t} + V_r\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial r} + V_z\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial z}\Big) = \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} - \frac{1}{\mu}\tau_{rz}, \tag{4.25}$$

$$\frac{1}{G}\Big(\frac{\partial\sigma_{\varphi\varphi}}{\partial t} + V_r\frac{\partial\sigma_{\varphi\varphi}}{\partial r} + V_z\frac{\partial\sigma_{\varphi\varphi}}{\partial z}\Big) = \frac{V_r}{r} - \frac{1}{\mu}\sigma_{\varphi\varphi}, \tag{4.26}$$

$$\frac{1}{G}\Big(\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial t} + V_r\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial r} + V_z\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}\Big) = \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{1}{\mu}\sigma_{zz}, \tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}\rho c\left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_r\frac{\partial T}{\partial r} + V_z\frac{\partial T}{\partial z}\right) &= \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{\partial T}{\partial r}\left(\frac{\lambda}{r} + \frac{\partial\lambda}{\partial r}\right) + \\ &+ \frac{\partial T}{\partial z}\frac{\partial\lambda}{\partial z} + \sigma_{rr}\frac{\partial V_r}{\partial r} + \tau_{rz}\left(\frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r}\right) + \sigma_{zz}\frac{\partial V_z}{\partial z},\end{aligned} \tag{4.28}$$

$$\frac{\partial a}{\partial t}+V_r\frac{\partial a}{\partial r}+V_z\frac{\partial a}{\partial z}=D\left(\frac{\partial^2 a}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial a}{\partial r}+\frac{\partial^2 a}{\partial z^2}\right)+$$
$$+k_2[1-a-a\chi\exp(p\sigma)], \tag{4.29}$$

с начальными

$$\rho\Big|_{t=0}=\rho_0, V_r\Big|_{t=0}=0, V_z\Big|_{t=0}=0, T\Big|_{t=0}=T^{in}, a\Big|_{t=0}=0, \tag{4.30}$$

$$\sigma_{rr}\Big|_{t=0}=0, \sigma_{\varphi\varphi}\Big|_{t=0}=0, \sigma_{zz}\Big|_{t=0}=0, \tau_{rz}\Big|_{t=0}=0 \tag{4.31}$$

и граничными условиями

$$V_z\Big|_{z=H(t)}=V_0, \tag{4.32}$$

$$\begin{gathered}\lambda(\rho)\frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=H(t)}=-h_1(T-T_0)\Big|_{z=H(t)},\\ \lambda(\rho)\frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=0}=h_2(T-T_0)\Big|_{z=0},\\ \lambda(\rho)\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=R_1}=-h_3(T-T_0)\Big|_{r=R_1},\end{gathered} \tag{4.33}$$

$$\frac{\partial a}{\partial r}\Big|_{r=R_1}=\frac{\partial a}{\partial z}\Big|_{z=H(t)}=\frac{\partial a}{\partial z}\Big|_{z=0}=0. \tag{4.34}$$

Указанная система уравнений решается численно с использованием метода дробных шагов и метода прогонки.

Таким образом, предсталено развитие математических моделей плунжерной экструзии вязкоупругого композитного сжимаемого материала. Востребованность проделанной работы подтверждается наличием договора между ИСММ РАН и СыктГУ.

Литература

1. Беляева Н. А. Деформирование вязкоупругих структурированных систем: монография. — Lap Lambert Academic Publishing GmbH & Co. KG, Germany, 2011. —200 с.

2. Беляева Н. А., Камбуров Д. М. Вычислительный комплекс "Твердофазная экструзия"// Вестник Сыктывкарского университета. Сер 1: математ., мех., информ.. Вып. 14. 2011. С. 111–124.

3. Belyaeva N. A., Stolin A. M., Stelmakh L. S. Dynamic of Solid-State Extrusion of Viscoelastic Cross-Linked polymeric Materials // Theoretical Foundations of Chemical Engineering, — 2008. Vol. 42. — № 5. — P. 549-556.

4. Беляева Н. А., Стельмах Л. С., Пугачев Д. В, Столин А. М Неустойчивые режимы деформирования при твердофазной экструзии вязкоупругих структурированных систем // ДАН. — 2008. — Т. 420, № 6. — С. 579–589.

5. Беляева Н. А., Никонова Н. Н. Структурная модель экструзии с использованием обобщенной модели Ньютона // Вестн. Сыктывкарского ун-та. Сер.1: математ., мех., информ. Вып.10. 2009. С. 83-90.

6. Беляева Н. А., Спиридонов А. В. Уравнение движения в одномерной модели экструзии // Вестн. Сыктывкарского ун-та. Сер.1: математ., мех., информ. Вып. 10. 2009. С. 91-96.

7. Беляева Н. А., Прянишникова Е. А. Структурирование в неизотермической модели экструзии композитного материала // Вестн. Сыктывкарского ун-та.- Сер.1: математ., мех., информ. Вып. 12. 2010. С. 97-108.

8. Беляева Н. А., Прянишникова А. А. Структурно-температурная модель экструзии композитного материала// В мире научных открытий. Математика. Механика. Информатика. №. 1. 2011. С. 131–139.

9. Беляева Н. А. Характерные времена в структурной модели твердофазной экструзии // Труды XVI Зимней школы по механике сплошных сред (Механика сплошных сред как основа современных технологий). Электронный ресурс: оптический диск CD. Тезисы докладов. Пермь: ИМСС УрО РАН, 2009. С. 60.

10. Беляева Н. А. Влияние характерных времен на режимы твердофазной экструзии // Вестник Сыктывкарского университета. Сер 1. Вып. 9. 2009. С. 46–53.

11. Беляева Н.А., Смолев Л.В. Экструзия с заданным усилием на плунжере пресса // Федеральное агентство по образованию. ОФАП. Свид. об отрасл. регистрации разработки № 7945. 30.03 2007.

12. Беляева Н.А. Твердофазная экструзия с условием постоянства скорости плунжера пресса // Федеральное агентство по образованию. ОФАП. Свид. об отрасл. регистрации разработки № 7946. 30.03 2007.

13. Беляева Н. А., Прянишникова Е. А. Структурная неизотермическая математическая модель экструзии сжимаемого композитного материала. Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам РФ, Реестр программ для ЭВМ. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2010616996, 19 октября 2010 г.

14. Беляев Д.Ю., Беляева Н.А. Характерные режимы твердофазной плунжерной экструзии вязкоупругого сжимаемого композитного материала. Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам РФ, Реестр программ для ЭВМ. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2010615794, 7 сентября 2010 г.

15. Беляева Н. А., Прянишникова Е. А. Структурная математическая модель экструзии пористого вязкоупругого материала на основе обобщенной модели Максвелла с учетом влияния звуковой волны. Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам РФ, Реестр программ для ЭВМ. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2012612232, 29 декабря 2011 г.

Summary

Belyaeva N. A., Pryanishnikova E. A. Mathematical modeling in the extrusion

The structural mathematical model of non-isothermal extrusion of a composite material using a generalized model of Newton is presented. The novelty of the proposed model is the joint consideration of Reo-Dimamics, kinetics of structuring and temperature factor.

Keywords: extrusion, composite material, Reo-Dimamics, structurization, heat exchange.

Сыктывкарский государственный университет *Поступила 07.06.2012*